

# 南充市高 2025 届高考适应性考试（一诊）

## 数学试卷

注意事项：

- 1.答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
- 2.回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。
- 3.考试结束后，将答题卡交回。

### 第 I 卷

一、单选题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合  $A = \{x \mid x^2 \geq 4\}$ ， $B = \{-2, -1, 0, 2, 3\}$ ， $R$  是实数集，则  $(C_R A) \cap B = ( \quad )$

- A.  $\{0, 2\}$                       B.  $\{-1, 0\}$                       C.  $\{-1, 0, 2\}$                       D.  $\{-1\}$

2. 若复数  $z$  满足  $(1-i)z = 1$ ，则在复平面内  $z$  对应的点位于  $( \quad )$

- A. 第一象限                      B. 第二象限                      C. 第三象限                      D. 第四象限

3. 甲同学近 10 次数学考试成绩情况如下：103, 106, 113, 119, 123, 118, 134, 118, 125, 121，则甲同学数学考试成绩的第 75 百分位数是  $( \quad )$

- A. 118                      B. 121                      C. 122                      D. 123

4. 已知抛物线  $y^2 = 2px (p > 0)$  的焦点为  $F$ ，抛物线上一点  $P(1, t)$  满足  $|PF| = 2$ ，则抛物线方程为  $( \quad )$

- A.  $y^2 = \frac{1}{4}x$                       B.  $y^2 = \frac{1}{2}x$                       C.  $y^2 = 2x$                       D.  $y^2 = 4x$

5. “ $m = 1$ ” 是 “直线  $l_1: x + (m+1)y + 1 = 0$  与直线  $l_2: (m+1)x - my - 1 = 0$  垂直” 的  $( \quad )$

- A. 充分不必要条件                      B. 必要不充分条件  
C. 充要条件                      D. 既不充分也不必要条件

6. 已知一个圆锥的体积为  $\frac{\sqrt{3}\pi}{3}$ ，其侧面积是底面积的 2 倍，则其表面积为  $( \quad )$

- A.  $2\pi$                       B.  $3\pi$                       C.  $\sqrt{3}\pi$                       D.  $2\sqrt{3}\pi$

7. 已知函数  $f(x) = a \cos 2x + \sqrt{1-a^2} \sin 2x (0 < a \leq 1)$  的图象关于直线  $x = \frac{\pi}{12}$  对称，若方程

$f(x) = m (m \in \mathbb{R})$  在  $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$  上恰有两个实数根，则  $m$  的取值范围是  $( \quad )$

- A.  $\left[\frac{1}{2}, 1\right)$       B.  $\left[\frac{\sqrt{2}}{2}, 1\right)$       C.  $\left[\frac{\sqrt{3}}{2}, 1\right)$       D.  $\left[\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right]$

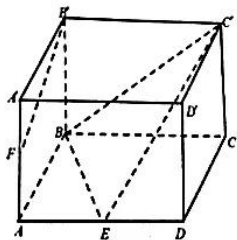
8. 定义在  $\mathbb{R}$  上的函数  $f(x)$  的图象关于点  $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$  对称, 且满足  $f(x) = \frac{1}{2}f(5x)$ ,  $f(0) = 0$ , 当  $0 \leq x_1 < x_2 \leq 1$

时, 都有  $f(x_1) \leq f(x_2)$ , 则  $f\left(\frac{1}{2024}\right) = ( \quad )$

- A.  $\frac{1}{256}$       B.  $\frac{1}{128}$       C.  $\frac{1}{64}$       D.  $\frac{1}{32}$

二、多选题: 本题共 3 小题, 每小题 6 分, 共 18 分, 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 6 分, 部分选对的得部分分, 有选错的得 0 分.

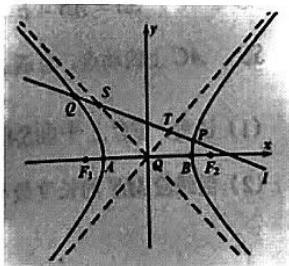
9. 如图, 在边长为 2 的正方体  $ABCD-A'B'C'D'$  中,  $E$  为  $AD$  的中点,  $F$  为  $AA'$  的中点, 过点  $C', E, B$  作正方体的截面  $\alpha$ , 则下列结论中正确的是 ( )



- A. 三棱锥  $C-BC'E$  的体积为  $\frac{4}{3}$   
 B.  $B'F$  与  $BE$  所成角的余弦值为  $\frac{3}{5}$   
 C.  $B'F \parallel \alpha$   
 D. 二面角  $C'-BE-C$  的余弦值为  $\frac{2}{3}$
10. 设  $x > 0$  函数  $f(x) = \ln x$ ,  $g(x) = x + \frac{2}{x}$ , 则下列结论中正确的是 ( )

- A. 存在  $x > 0$ , 使得  $f(x) > x - 1$   
 B. 函数  $f(x+1)$  的图象与函数  $y = e^x - 1$  的图象有且仅有一条公共的切线  
 C. 函数  $g(x)$  图象上的点与原点距离的最小值为  $2\sqrt{2}$   
 D. 函数  $f(x) + g(x)$  的极小值点为  $x = 1$

11. 双曲线  $C: x^2 - y^2 = 4$  的左、右焦点分别为  $F_1, F_2$ , 左、右顶点分别为  $A, B$ , 若  $P$  是右支上一点 (与  $B$  不重合) 如图, 过点  $P$  的直线  $l$  与双曲线  $C$  的左支交于点  $Q$ , 与其两条渐近线分别交于  $S, T$  两点, 则下列结论中正确的是 ( )



- A.  $P$  到两条渐近线的距离之积为 2
- B. 当直线  $l$  运动时, 始终有  $|QS| = |TP|$
- C. 在  $\triangle PAB$  中,  $\tan \angle PAB + \tan \angle PBA + 2 \tan \angle APB = 0$
- D.  $\triangle PF_1F_2$  内切圆半径取值范围为  $(0, 1)$

三、填空题: 本题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分.

12. 已知向量  $\vec{a} = (1, 0)$ ,  $\vec{b} = (x, -2)$ ,  $\parallel \vec{a} \perp (\vec{a} - 2\vec{b})$ , 则  $x =$  \_\_\_\_\_.

13. 某一随机变量  $X$  的分布列如下表,  $\parallel n - m = 0.2$ , 则  $E(3X + 2) =$  \_\_\_\_\_.

$X$	0	1	2	3
$P$	0.1	$m$	0.2	$n$

14. 已知平面四边形  $ABCD$  中,  $AB=1$ ,  $BC=2$ ,  $CD=3$ ,  $DA=4$ , 则该平面四边形  $ABCD$  面积的最大值为 \_\_\_\_\_.

## 第 II 卷

四、解答题: 本题共 5 小题, 共 77 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. (本题满分 13 分) 在  $\triangle ABC$  中, 内角  $A, B, C$  所对边分别为  $a, b, c$ , 已知  $\sin 2A = \sin B \cdot \cos C + \cos B \cdot \sin C$ .

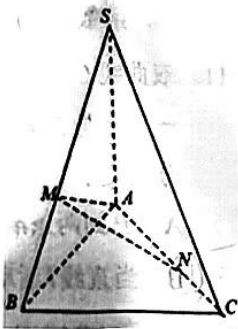
- (1) 求角  $A$  的大小;
- (2) 若  $b=2c$ ,  $\triangle ABC$  的面积为  $2\sqrt{3}$ , 求  $\triangle ABC$  的周长.

16. (本题满分 15 分) 已知动点  $P(x, y)$  与定点  $F(1, 0)$  的距离和  $P$  到定直线  $l: x=2$  的距离的比是常数  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ,

记点  $P$  的轨迹为曲线  $C$ .

- (1) 求曲线  $C$  的标准方程;
- (2) 设点  $F'(-1, 0)$ , 若曲线  $C$  上两点  $M, N$  均在  $x$  轴上方,  $\parallel FM \parallel F'N$ ,  $|FM| + |F'N| = \frac{8}{7}\sqrt{2}$ , 求直线  $FM$  的斜率.

17. (本题满分 15 分) 如图, 在三棱锥  $S-ABC$  中,  $SA \perp$  平面  $ABC$ ,  $AB \perp BC$ ,  $SA=AB=BC=1$ , 点  $M, N$  分别是线段  $SB, AC$  上的动点, 且满足  $SM = AN = a(0 < a < \sqrt{2})$ .



- (1) 证明:  $BC \perp$  平面  $SAB$ ;
- (2) 当线段  $MN$  的长度最小时, 求直线  $SC$  与平面  $AMN$  所成角的正弦值.

18. (本题满分 17 分) 已知函数  $f(x) = \frac{e^x}{x}$ .

- (1) 判断函数  $f(x)$  的单调性, 并求出  $f(x)$  的极值;
- (2) 讨论方程  $f(x) = a(a \in R)$  的解的个数;
- (3) 求证:  $f(x) \geq x - \ln x + e - 1$ .

19. (本题满分 17 分) 今年立秋以后, 川渝地区持续性高温登上热搜, 引发关注讨论。根据专家推测, 主要是由于大陆高压和西太平洋副热带高压呈现非常强大, 在高压的控制下, 川渝地区上空晴朗少云, 在太阳辐射增温和气流下沉增温的共同作用下, 两个地区的气温出现了直接攀升的状态。川东北某城市一室内游泳馆, 为给顾客更好的体验, 推出了  $A$  和  $B$  两个套餐服务, 顾客可自由选择  $A$  和  $B$  两个套餐之一; 该游泳馆在 App 平台上推出了优惠券活动, 下表是 App 平台统计某周内周一至周六销售优惠券情况。

星期 $t$	1	2	3	4	5	6
销售量 $y$ (张)	218	224	230	232	236	90

经计算可得:  $\bar{y} = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 y_i = 205$ ,  $\sum_{i=1}^6 t_i y_i = 4004$ ,  $\sum_{i=1}^6 t_i^2 = 91$ .

(1) 因为优惠券销售火爆, App 平台在周六时系统出现异常, 导致当天顾客购买优惠券数量大幅减少, 现剔除周六数据, 求  $y$  关于  $t$  的经验回归方程;

(2) 若购买优惠券的顾客选择  $A$  套餐的概率为  $\frac{1}{3}$ , 选择  $B$  套餐的概率为  $\frac{2}{3}$ , 并且  $A$  套餐包含两张优惠券,  $B$  套餐包含一张优惠券, 记 App 平台累计销售优惠券为  $n$  张的概率为  $P_n$ , 求  $P_n$ ;

(3) 请依据下列定义, 解决下列问题:

定义: 如果对于任意给定的正数  $\varepsilon$ , 总存在正整数  $N_0$ , 使得当  $n > N_0$  时,  $|a_n - a| < \varepsilon$  ( $a$  是一个确定的实数), 则称数列  $\{a_n\}$  收敛于  $a$ .

运用: 记 (2) 中所得概率  $P_n$  的值构成数列  $\{P_n\} (n \in \mathbf{N}^*)$ 。求  $P_n$  的最值, 并证明数列  $\{P_n\}$  收敛。

参考公式:  $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x} \cdot \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2}$ ,  $\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}$ .